EVALUARE FINALĂ LA MATEMATICĂ

CLASA a IX-a

(EVALUARE INIȚIALĂ LA MATEMATICĂ

CLASA a X-a)

An școlar 2022-2023

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Pentru rezolvarea corectă a tuturor subiectelor se obțin nouăzeci de puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 50 de minute.

Subiectul I (30 de puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare singurului răspuns corect .

5p	1. Soluția pozitivă a ecuației $\left|2x+3\right|-4\left|2-\left(2x+5\right)\right|=-27$ este:			
	a) -4,2	b) -6	c) 3	d) 1,2
5p	2. Partea întreagă a numărului $1+\sqrt{5}$ este :			
	a) 2	b) 1	c) 4	d) 3
5p	3. Numărul numerelor de la 1 la 100 care nu sunt divizibile nici cu 3 nici cu 7 este :			
	a) 57	b) 43	c) 33	d) 14
5p	4. Numărul real x pentru care numerele $3x-1, x+3, 9+x$ se află în progresie aritmetică este :			
	a) 2	b) -1	c) 0	d) 3
5p	5.Punctul de extrem al graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f\left(x\right)=5x^2-6x+1$ are coordonatele :			
	a) $\left(-\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$	b) $\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$	c) $\left(\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$	d) $\left(-\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$
5p	6. Știind că $\sin x=\frac{2}{3}, x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ atunci cos x este egal cu:			
	a) $-\frac{2}{3}$	b) $\frac{\sqrt{5}}{3}$	c) $-\frac{1}{3}$	d) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

Subiectul al II-lea (30 de puncte)

Încercuiește răspunsul corect dintre cele două variante.

5p	1. Valoarea de adevăr a propoziției „ $\forall x\in\mathbb{Z},\left|x\right|\leq 0$ ” este **adevărat/ fals**
5p	2. Funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f\left(x\right)=\frac{x^3+x}{x^2+4}$ este funcție **pară/impară**
5p	3. Pe intervalul $\left[4,\infty\right)$ funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f\left(x\right)=-3x+12$ este **pozitivă/negativă**
5p	4. Știind că O este centrul paralelogramului ABCD, $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CO}=\overrightarrow{\mathbf{DO}}/\overrightarrow{\mathbf{DA}}$

5p	5. Unghiul cu măsura $\frac{24\pi}{5}$ se află în cadranul **II / III**
5p	6. Raza cercului circumscris triunghiului ABC în care se cunosc BC= 2 și $A=\frac{\pi}{6}$ este **R=2/R=1**

Subiectul al III-lea (30 de puncte)

Scrieți rezolvările complete.

	1. Se consideră familia de funcții $f_m:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f_m(x)=(m-2)x^2-(4m-9)x+3m-7, m\neq 2$
5p	a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $f_3(x)\leq 0$
5p	b) Determinați valorile parametrului real m astfel încât vârfurile parabolelor asociate G_{f_m} să fie situate pe dreapta de ecuație $y=2x$
5p	c) Determinați valorile parametrului real m astfel încât parabola asociată G_{f_m} intersectează axa Ox în două puncte situate la distanța 2.
	2. Se consideră triunghiul ABC și $\vec{a}=\overrightarrow{BA}, \vec{b}=\overrightarrow{BC}$. Pe laturile AB,AC,și BC se consideră punctele M,N,P astfel încât $\frac{MA}{MB}=\frac{1}{3}, \frac{NC}{NA}=\frac{2}{3}, \frac{PC}{PB}=\frac{2}{9}, C\in(BP)$
5p	a) Exprimați vectorul $\overrightarrow{BN}$ în funcție de $\vec{a}$ și $\vec{b}$.
5p	b) Demonstrați că punctele M,N și P sunt coliniare.
5p	c) Știind că $\lvert\vec{a}\rvert=4, \lvert\vec{b}\rvert=2, B=\frac{\pi}{3}$, calculați raza cercului înscris în triunghiul ABC.

EVALUARE FINALĂ LA MATEMATICĂ

CLASA a IX-a

(EVALUARE INIȚIALĂ LA MATEMATICĂ

CLASA a X-a)

An școlar 2022-2023

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Se acordă zece puncte din oficiu

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte. Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Subiectul I (30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	d)	5p
3.	a)	5p
4.	b)	5p
5.	c)	5p
6.	d)	5p

Subiectul al II-lea (30 de puncte)

1.	**Fals**	5p
2.	**Impară**	5p
3.	**Negativă**	5p
4.	$\overrightarrow{\mathbf{DO}}$	5p
5.	**II**	5p
6.	**R=2**	5p

Subiectul al III-lea (30 de puncte)

1.a)	$f_3(x)=x^2-3x+2$	2p
	$x^2-3x+2\le 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2)\le 0 \Rightarrow x\in[1,2]$	3p
1.b)	Coordonatele vârfului sunt $x_V=\dfrac{4m-9}{2m-4}, y_V=-\dfrac{(2m-5)^2}{4m-8}$	2p
	$y_V=2x_V \Leftrightarrow 4m^2-4m-11=0$	2p

	$m \in \left\{ \frac{1-2\sqrt{3}}{2}, \frac{1+2\sqrt{3}}{2} \right\}$	1p
1.c)	Punctele de intersecție cu axa Ox sunt soluțiile ecuației $f(x)=0$. Relația cerută se scrie $\lvert x_1 - x_2 \rvert = 2 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 4 \ \ (1)$	2p
	Din relațiile lui Viete avem $x_1 + x_2 = \frac{4m-9}{m-2}, x_1 \cdot x_2 = \frac{3m-7}{m-2}$	2p
	Înlocuind în relația (1) obținem $4m-9=0 \Rightarrow m=\frac{9}{4}$	1p
2.a)	$\frac{NC}{NA} = \frac{2}{3} \Rightarrow \overrightarrow{BN} = \frac{\overrightarrow{BC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BA}}{1+\frac{2}{3}}$	3p
	$\overrightarrow{BN} = \frac{3}{5}\vec{b} + \frac{2}{5}\vec{a}$	2p
2.b)	$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN} = -\frac{3}{4}\vec{a} + \frac{3\vec{b}+2\vec{a}}{5} = -\frac{7}{20}\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b}$	2p
	$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BP} = -\frac{3}{4}\vec{a} + \frac{9}{7}\vec{b}$	2p
	$\overrightarrow{MN} = \frac{7}{15}\overrightarrow{MP} \Rightarrow$ M,N,P coliniare	1p
2.c)	$\left\lvert \overrightarrow{AC} \right\rvert = 2\sqrt{3}$	2p
	$S = \frac{\lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{b}\rvert \cdot \sin B}{2} = 2\sqrt{3}$	2p
	$r = \frac{S}{p} = \frac{2\sqrt{3}}{6+2\sqrt{3}}$	1p

Competențele specifice evaluate

Subiectul I (30 de puncte)

1.	C.S.1.2. Utilizarea proprietăţilor operaţiilor algebrice ale numerelor, a estimărilor şi aproximărilor în contexte variate, inclusiv folosind calculatorul
2.	C.S.1.3. Alegerea formei de reprezentare a unui număr real şi utilizarea unor algoritmi pentru optimizarea calculelor cu numere reale
3.	C.S.1.4. Deducerea unor rezultate şi verificarea acestora utilizând inducţia matematică sau alte raţionamente logice
4.	C.S.2.4. Caracterizarea unor şiruri folosind diverse reprezentări (formule, grafice) sau proprietăţi algebrice ale acestora
5.	C.S.5.4. Exprimarea proprietăţilor unei funcţii prin condiţii algebrice sau geometrice
6.	C.S.9.2. Calcularea unor măsuri de unghiuri şi arce utilizând relaţii trigonometrice, inclusiv folosind calculatorul

Subiectul al II-lea (30 de puncte)

1.	C.S.1.1. Identificarea în limbaj cotidian sau în probleme de matematică a unor noţiuni specifice logicii matematice şi teoriei mulţimilor
2.	C.S.3.4. Caracterizarea unor proprietăţi ale funcţiilor numerice prin utilizarea graficelor acestora şi a ecuaţiilor asociate
3.	C.S.4.3. Descrierea unor proprietăţi desprinse din reprezentarea grafică a funcţiei de gradul I sau din rezolvarea ecuaţiilor, inecuaţiilor şi sistemelor
4.	C.S.7.4. Utilizarea limbajului calculului vectorial pentru a descrie configuraţii geometrice
5.	C.S.9.1. Identificarea legăturilor între coordonate unghiulare, coordonate metrice şi coordonate carteziene pe cercul trigonometric
6.	C.S.10.3. Prelucrarea informaţiilor oferite de o configuraţie geometrică pentru deducerea unor proprietăţi ale acesteia

Subiectul al III-lea (30 de puncte)

1.a)	C.S.6.3. Utilizarea unor algoritmi pentru rezolvarea ecuaţiilor, inecuaţiilor şi a sistemelor de ecuaţii şi pentru reprezentarea grafică a soluţiilor acestora
1.b)	C.S.5.6. Utilizarea funcţiilor în rezolvarea unor probleme şi în modelarea unor procese
1.c)	C.S.5.5. Utilizarea relaţiilor lui Viète pentru caracterizarea soluţiilor ecuaţiei de gradul al II-lea şi pentru rezolvarea unor sisteme de ecuaţii
2.a)	C.S.7.5.Identificarea condiţiilor necesare pentru ca o configuraţie geometrică să verifice cerinţe date
2.b)	C.S.8.3. Alegerea metodei adecvate de rezolvare a problemelor de coliniaritate, concurenţă sau paralelism
2.c)	C.S.10.5. Aplicarea unor metode variate pentru optimizarea calculelor de distanţe, de măsuri de unghiuri şi de arii

EVALUARE FINALĂ LA MATEMATICĂ

CLASA a IX-a

(EVALUARE INIȚIALĂ LA MATEMATICĂ

CLASA a X-a)

An școlar 2022-2023

Exemple de activități de remediere

<table>
<tr><td>Competența specifică vizată</td><td>Enunț și barem item/observații</td><td>Exemple de activități de remediale</td></tr>
<tr><td colspan="3">Subiectul I (30 de puncte)
Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect .</td></tr>
<tr><td>C.S.1.2. Utilizarea proprietăților operațiilor algebrice ale numerelor, a estimărilor și aproximărilor în contexte variate, inclusiv folosind calculatorul</td><td>1. Soluția pozitivă a ecuației $\left|2x+3\right|-4\left|2-(2x+5)\right|=-27$ este 3

Dacă elevul alege altă variantă de răspuns, atunci acesta, cel mai probabil, nu aplică corect proprietățile modului sau greșește la determinarea valorii lui x din ecuație.</td><td>1.Reactualizarea noțiunii modulul numărului real-descriere și exemple.
2. Reactualizarea proprietăților modulului unui număr real-descriere și exemple.
Exemple
• Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:
a) $\left|3\right|=\left|-3\right|$
b) $\left|x\right|=\left|-x\right|$, pentru orice număr real x
c) $\left|a\right|-4\left|a\right|=-3\left|a\right|, a\in R$
• Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile
a) $\left|x\right|=3$
b) $\left|x+1\right|-4\left|-x-1\right|=-27$
c) $\left|2-(2x+1)\right|+5=6\left|2x-1\right|$</td></tr>
<tr><td>C.S.1.3. Alegerea formei de reprezentare a unui număr real și</td><td>2. Partea întreagă a numărului $1+\sqrt{5}$ este 3</td><td>1.Reactualizarea noțiunii de parte întreagă- descriere, exemple.
Exemple</td></tr>
</table>

utilizarea unor algoritmi pentru optimizarea calculelor cu numere reale	Dacă elevul alege altă variantă de răspuns, atunci acesta, cel mai probabil, nu aplică corect proprietățile părții întregi a unui număr real, sau aproximează greșit numărul irațional $1+\sqrt{5}$.	• Completați cu răspunsul corect a) Cel mai mare număr întreg mai mic sau egal cu 2,24 este .... b) Numărul întreg n care verifică relația $n \le 3,99 < n+1$ este.......... c) Cel mai mare număr întreg mai mic sau egal cu $-0,13$ este.............. d) O aproximație prin lipsă la o zecime a numărului $\sqrt{3}$ este........... e) Partea întreagă a numărului $\sqrt{2}$ este .... f) Partea întreagă a numărului $\sqrt{2}+2$ este ....
C.S.1.4. Deducerea unor rezultate şi verificarea acestora utilizând inducţia matematică sau alte raţionamente logice	3. Numărul numerelor de la 1 la 100 care nu sunt divizibile nici cu 3 nici cu 7 este **57** Dacă elevul alege varianta de răspuns 33, probabil a determina numărul numerelor divizibile doar cu 3 Dacă elevul alege varianta de răspuns 14, probabil a determina numărul numerelor divizibile doar cu 7 Dacă elevul alege varianta de răspuns 47, probabil a determina numărul numerelor divizibile cu 3 sau cu 7	1.Reactualizarea principalelor tipuri de probleme de numărare-exemple 2.Reactualizare criterii de divizibilitate-exemple. 3.Reactualizarea noțiunii de divizor și multiplu a unui număr natural-exemple. Exemple • Se consideră mulțimea $A=\{1,2,....,20\}$. a) Enumerați elementele mulțimii divizibile cu 3. b) Câte numere impare conține mulțimea A? c) Câte elemente din mulțimea A sunt divizibile cu 4. d) Câte elemente din mulțimea A nu sunt divizibile cu 5. • Completați cu răspunsul corect a) Dacă A, B sunt mulțimi finite, nevide, atunci $card\left(A\bigcup B\right)=$....... b) $card\left(A\times B\right)=$........ c) Dacă reuniunea a două mulțimi, fiecare cu câte 10 elemente are 15 elemente, atunci numărul de elemente comune este....... • Se consideră mulțimea $A=\{1,2,....,100\}$. a) Câte numere divizibile cu 4 conține mulțimea A? b) Câte numere divizibile cu 5 conține mulțimea A? c) Câte numere divizibile cu 4 sau cu 5 conține mulțimea A?

		d) Câte numere care nu sunt divizibile nici cu 4 nici cu 5 conține mulțimea A?
C.S.2.4. Caracterizarea unor şiruri folosind diverse reprezentări (formule, grafice) sau proprietăţi algebrice ale acestora	4. Numărul real x pentru care numerele $3x-1, x+3, 9+x$ se află în progresie aritmetică este **-1** Dacă elevul alege altă variantă de răspuns, probabil nu a aplicat corect faptul că cele trei numere se află în progresie aritmetică, sau calculează greșit valoarea lui x.	1.Reactualizarea noțiunii de progresie aritmetică-formule, exemple. • Identificați un procedeu logic pentru a continua înșiruirile de mai jos și scrieți astfel următorii 3 termeni a) 1,5,9,13,17,.... b) 2,0,-2,-4,-6 c) $\frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, 2, ...$ • Se consideră șirul definit prin termenul general $x_n = 4n-1, n \in N^*$. a) Scrieți primii patru termeni ai șirului. b) Arătați că $x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = x_4 - x_3$ c) Determinați al zecelea termen al șirului. • Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ și r rația. Scrieți primii cinci termeni dacă: a) $a_1 = 5, r = 3$ b) $a_2 = 4, a_4 = 12$ c) $a_1 + a_4 = 8, a_3 + a_5 = 2$ 2.Identificarea relației pe care o verifică trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice. • Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ de rație 3, cu $a_1 = -2$ și . a) Calculați a_6 și $a_5 + a_7$. Ce observați ? b) Arătați că $a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2}$, pentru orice număr natural k nenul • Demonstrați că pentru orice număr real x, numerele $x-1, 2x+3, 3x+7$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

		• Determinați numărul real x știind că $3x-10; 5x-12; x-2$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice. • Unghiurile unui triunghi dreptunghic formează o progresie aritmetică. Ce măsură au acestea?
C.S.5.4. Exprimarea proprietăţilor unei funcţii prin condiţii algebrice sau geometrice	5. Punctul de extrem al graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=5x^2-6x+1$ are coordonatele $\left(\mathbf{\frac{3}{5}},\mathbf{-\frac{4}{5}}\right)$ Dacă elevul alege una din celelalte variante de răspuns, fie efectuează greșit calculele pentru determinarea coordonatelor vârfului parabolei, fie nu cunoaște modul de determinare a coordonatelor vârfului.	1.Identificarea formei canonice a funcției de gradul al doilea. 2. Demonstrarea inegalităților de forma $f(x)\geq\frac{-\Delta}{4a}, a>0$ și interpretarea geometrică. 3.Determinarea coordonatelor vârfului parabolei. • Se consideră funcția $f:R\to R, f(x)=x^2+4x+3$ Determinați numerele reale m și n dacă $f(x)=(x+m)^2+n$. • Se consideră funcția $f:R\to R, f(x)=x^2-2x+3$. Arătați că $f(x)\geq 2$, pentru orice număr real x. • Se consideră funcția $f:R\to R, f(x)=-x^2-x+3$. Arătați că $f(x)\leq-\frac{13}{4}$, pentru orice număr real x. • Determinați valoarea minimă a funcției $f:R\to R, f(x)=2x^2-x-3$. • Scrieți coordonatele punctului de minim al funcției $f:R\to R, f(x)=x^2-x+1$
C.S.9.2. Calcularea unor măsuri de unghiuri şi arce utilizând relaţii trigonometrice, inclusiv folosind calculatorul	6. Știind că $\sin x=\frac{2}{3}, x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ atunci cos x este egal cu $\mathbf{-\frac{\sqrt{5}}{3}}$ Dacă elevul alege o altă variantă de răspuns, probabil nu a fost atent la alegerea cadranului în care se află unghiul x, fie nu aplică corect formula	1.Reactualizarea formulei fundamentale a trigonometriei, demonstrația pe cercul trigonometric 2.Stabilirea semnului funcțiilor trigonometrice folosind cercul trigonometric. • Stabiliți care dintre următoarele propoziții este adevărată. a) $\sin x>0, x\in(0,\pi)$ b) $\cos 2<0$

	fundamentală a trigonometriei pentru determinarea lui cos x.	c) $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x, x \in R$ d) $\sin x^2 + \cos x^2 = 1$, pentru orice număr real x. • Calculați $\cos x, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ știind că $\sin x = \frac{5}{13}$. • Arătați că $\sin x = -\frac{3}{5}$ dacă $x \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ și $\cos x = \frac{4}{5}$
Subiectul al II-lea (30 de puncte) Încercuieşte răspunsul corect din cele două variante.		
C.S.1.1. Identificarea în limbaj cotidian sau în probleme de matematică a unor noţiuni specifice logicii matematice şi teoriei mulţimilor	1. Valoarea de adevăr a propoziției ,, $\forall x \in \mathbb{Z}, \lvert x \rvert \le 0$ ” este **fals** Dacă elevul alege varianta de răspuns ,,adevărat” probabil asociază ,,valoarea de adevăr” cu ,,adevărat” sau asociază greșit mulțimea numerelor întregi cu mulțimea numerelor negative	1.Reactualizarea noțiunii de predicat, propoziție existențială, propoziție universală. 2.Reactualizarea proprietăților modulului unui număr real.
C.S.3.4. Caracterizarea unor proprietăţi ale funcţiilor numerice prin utilizarea graficelor acestora şi a ecuaţiilor asociate	2. Funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3 + x}{x^2 + 4}$ este funcție **impară** Dacă elevul alege varianta de răspuns ,,pară” , cel mai probabil calculează f(-x) și obține f(x)	1.Reactualizarea noțiunii de funcție impară, funcție pară, proprietăți. • Se consideră funcția $f : R \to R, f(x) = x^3 - x$. Calculați : a) $f(1) + f(-1)$ b) $f(-a) + f(a), a \in R$. Ce observați ? • Se consideră funcția $f : R \to R, f(x) = x^2 \sqrt{\lvert x \rvert + 1}$. Arătați că $f(-x) = f(x)$, pentru orice număr real x. • Stabiliți dacă următoarele funcții sunt funcții pare sau funcții impare. a) $f : R^* \to R, f(x) = \frac{x^2 + 4}{x}$

		b) $f:R\to R,\ f(x)=-2x^2+1$ c) $f:(0,+\infty)\to R,\ f(x)=\dfrac{1}{x^3+x}$
C.S.4.3. Descrierea unor proprietăți desprinse din reprezentarea grafică a funcției de gradul I sau din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor	3. Pe intervalul $[4,\infty)$ funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=-3x+12$ este **negativă** Dacă elevul alege varianta de răspuns „pozitivă” , probabil că nu poate determina corect semnul funcției de gradul I, sau confundă domeniul de definiție al funcției cu mulțimea vaorilor funcției.	Reactualizarea proprietăților funcției de gradul I. Interpretare grafică. • Se consideră funcțiile $f,g:R\to R,\ f(x)=-x+3, g(x)=\dfrac{1}{2}x+1.$ a) Reprezentați grafic. b) Determinați coordonatele punctului de intersecție cu axa Ox. c) Analizând reprezentarea grafică, alcătuiți tabelul de semn pentru cele două funcții.
C.S.7.4. Utilizarea limbajului calculului vectorial pentru a descrie configurații geometrice	4. Știind că O este centrul paralelogramului ABCD, $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CO}=\overrightarrow{\mathbf{DO}}$ Dacă elevul alege varianta de răspuns „ vectorul DA” , probabil nu efectuează corect adunarea a doi vectori sau confundă CO cu CA	Reactualizarea definiției adunării vectorilor și proprietățile operației. 2. Identificarea vectorilor egali. Exemple. • Se consideră paralelogramul ABCD de centru O. a) Scrieți perechile de vectori egali. b) Calculați : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AO}$. c) Arătați că $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$. • Demonstrați că , oricare ar fi un punct P din planul paralelogramului ABCD, este adevărată relația $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}$
C.S.9.1. Identificarea legăturilor între coordonate unghiulare, coordonate metrice și coordonate carteziene pe cercul trigonometric	5. Unghiul cu măsura $\dfrac{24\pi}{5}$ se află în cadranul **II** Dacă elevul alege varianta de răspuns „cadranul III” , nu aplică corect modul de trecere la cercul trigonometric	Cercul trigonometric. Reprezentarea arcelor orientate de măsură dată. • Se consideră funcția $f:[0,2\pi]\to C(O,1),\ f(t)=M, l\left(\overset{\frown}{AM}\right)=t$, unde $C(O,1)$ este cercul de centru O, și rază 1, punctul A(1,0) și arcul orientat AM de lungime t. a) Reprezentați $C(O,1)$ în reperul cartezian xOy și punctele $A(1,0), B(0,1), A'(-1,0), B'(0,-1)$.

		b) Identificați pe $C(O,1)$ punctele corespunzătoare valorilor : $f(0), f\left(\frac{\pi}{2}\right), f(\pi), f\left(\frac{3\pi}{2}\right), f(2\pi)$. c) Reprezentați pe $C(O,1)$ punctele corespunzătoare valorilor $f\left(\frac{\pi}{4}\right), f\left(\frac{5\pi}{6}\right), f\left(\frac{4\pi}{3}\right), f(6)$ și stabiliți cadranul în care se află. d) Dați exemple de prelungiri ale funcției f. e) Considerând prelungiri convenabile ale funcției date, reprezentați $f(-1), f(4\pi), f\left(\frac{35\pi}{12}\right)$.
C.S.10.3. Prelucrarea informaţiilor oferite de o configuraţie geometrică pentru deducerea unor proprietăţi ale acesteia	6. Raza cercului circumscris triunghiului ABC în care se cunosc BC= 2 și $A=\frac{\pi}{6}$ este **R=2** Dacă elevul alege varianta de răspuns ,,R=1" , foarte probabil nu calculează corect lungimea razaei cercului circumscris, sau aplică greșit teorema sinusurilor	1.Identificarea modalităților de calcul al elementelor triunghiului oarecare. Teorema sinusurilor, teorema cosinusului. 2.Reactualizarea formulelor de calcul pentru raza cercului circumscris, raza cercului înscris și aria unui triunghi. • Se consideră triunghiul ABC, a,b,c lungimile laturilor BC, CA respectiv AB și A,B,C măsurile unghiurilor. a) Scrieți teorema sinusurilor și teorema cosinusului. b) Scrieți formule de calcul pentru raza cercului circumscris R, raza cercului înscris r, aria triunghiului S. c) Completați tabelul următor

a	b	c	A	B	C	R	r	S
	2	4	$\frac{\pi}{3}$					
1	2		$\frac{\pi}{3}$					
2	$\sqrt{2}$	$1+\sqrt{3}$						
	6	6				$3\sqrt{2}$		

<table>
<tr><td></td><td></td><td><table><tr><td>8</td><td></td><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>$16\sqrt{3}$</td></tr></table></td></tr>
<tr><td colspan="3">Subiectul al III-lea (30 de puncte)
Scrieți rezolvările complete.</td></tr>
<tr><td>C.S.6.3. Utilizarea unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și a sistemelor de ecuații și pentru reprezentarea grafică a soluțiilor acestora</td><td>1.a) Se consideră familia de funcții
$f_m:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f_m(x)=(m-2)x^2-(4m-9)x+3m-7, m\neq 2$
Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația
$f_3(x)\leq 0$
<hr>$x\in[1,2]$</td><td>Reactualizarea etapelor de rezolvarea a unei inecuații de gradul II.
• Rezolvați în mulțimea numerelor reale
a) $2x^2-x-1\leq 0$
b) $x^2\geq x+2$
c) $\dfrac{2x-3}{x^2-x+1}\leq 0$</td></tr>
<tr><td>C.S.5.6. Utilizarea funcţiilor în rezolvarea unor probleme şi în modelarea unor procese</td><td>b) Determinați valorile parametrului real m astfel încât vârfurile parabolelor asociate G_{f_m} să fie situate pe dreapta de ecuație $y=2x$
<hr>$m\in\left\{\dfrac{1-2\sqrt{3}}{2},\dfrac{1+2\sqrt{3}}{2}\right\}$</td><td>Identificarea coeficienților funcției de gradul II și determinarea coordonatelor vârfului parabolei asociate.
Stabilirea condiției ca un punct să fie situat pe o dreaptă.
• Pentru funcțiile de mai jos, de forma
$f:R\to R,\ f(x)=ax^2+bx+c, a,b,c\in R, a\neq 0$
completați tabelul:
<table><tr><td>a</td><td>b</td><td>c</td><td>Δ</td><td>$x_v=-\dfrac{b}{2a}$</td><td>$y_v=\dfrac{-\Delta}{4a}$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>
a) $f:R\to R,\ f(x)=-6x^2+x+1$
b) $f:R\to R,\ f(x)=x^2+mx+1, m\in R$
c) $f:R\to R,\ f(x)=(m+1)x^2+2x-m+1, m\in R, m\neq -1$
• Se consideră dreapta de ecuație $y=-3x+2$.</td></tr>
</table>

		a) Stabiliți care dintre următoarele puncte se afla situate pe dreapta dată: $A(0,1);B(1,-1);C(-1,5);D\left(\frac{1}{3},1\right)$ b) Determinați numărul real a, știind că punctul $A(m,m-1)$ aparține dreptei.
C.S.5.5. Utilizarea relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații	c) Determinați valorile parametrului real m astfel încât parabola asociată G_{f_m} intersectează axa Ox în două puncte situate la distanța 2. $m=\frac{9}{4}$	Interpretarea geometrică a proprietăților funcției de gradul II. Utilizarea relațiilor lui Viete în contexte variate. • Se consideră funcția $f:R\to R,\ f(x)=x^2+2x-3$ .Calculați distanța dintre punctele de intersecție ale parabolei asociate cu axa Ox. • Se consideră funcția $f:R\to R,\ f(x)=x^2-2x+m, m\in R.$ a) Determinați numărul real m știind că parabola asociată G_f i) intersectează axa Ox în două puncte distincte ii) nu intersectează axa Ox. iii) este tangentă axei Ox. b) Calculați $x_1+x_2, x_1x_2, x_1^2+x_2^2, (x_1-x_2)^2, \|x_1-x_2\|$, unde x_1, x_2 sunt soluțiile reale ale ecuației $f(x)=0$.
C.S.7.5.Identificarea condițiilor necesare pentru ca o configurație geometrică să verifice cerințe date	2.a) . Se consideră triunghiul ABC și $\vec{a}=\overrightarrow{BA},\vec{b}=\overrightarrow{BC}$. Pe laturile AB,AC,și BC se consideră punctele M,N,P astfel încât $\frac{MA}{MB}=\frac{1}{3},\frac{NC}{NA}=\frac{2}{3},\frac{PC}{PB}=\frac{2}{9}$. Exprimați vectorul $\overrightarrow{BN}$ în funcție de $\vec{a}$ și $\vec{b}$. $\overrightarrow{BN}=\frac{3}{5}\vec{b}+\frac{2}{5}\vec{a}$	Transcrierea datelor problemei în realizarea figurii geometrice corespunzătoare enunțului. Utilizarea operațiilor cu vectori în figuri geometrice date. • Știind că $\overrightarrow{BM}=k\overrightarrow{MC}, k\neq -1$și O este un punct oarecare în plan, demonstrați că $\overrightarrow{OM}=\frac{\overrightarrow{OB}+k\overrightarrow{OC}}{1+k}$,în următoarele etape: - Exprimați $\overrightarrow{OM}$ folosind regula triunghiului în triunghiul OAM, respectiv OBM. - Înmulțiți a doua relație cu k, și adunați cele două relații. • Se consideră triunghiul ABC și punctul M pe latura BC. Determinați numerele reale a și b pentru care $\overrightarrow{AM}=a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AC}$ știind că:

		a) M este mijlocul laturii AB b) $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{MC}$ c) $2\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ d) Semidreapta AM este bisectoare.
C.S.8.3. Alegerea metodei adecvate de rezolvare a problemelor de coliniaritate, concurență sau paralelism	b) Demonstrați că punctele M,N și P sunt coliniare. $\overrightarrow{MN} = \frac{7}{15}\overrightarrow{MP} \Rightarrow$ M,N,P coliniare	Metode de demonstrare a coliniarității : metoda vectorială, Teorema Menelau. • Se consideră triunghiul ABC și punctele M,N,P astfel încât $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BC}$. a) Arătați că $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ și $\overrightarrow{NP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$ b) Demonstrați în două moduri că punctele M,N,P sunt coliniare. • Se consideră triunghiul ABC, punctul G centrul său de greutate și punctele M și N astfel încât $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$ și $\overrightarrow{CN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CA}$. Arătați că punctele M,N,G sunt coliniare.(Teste de antrenament 2020)
C.S.10.5. Aplicarea unor metode variate pentru optimizarea calculelor de distanțe, de măsuri de unghiuri și de arii	c) Știind că $\lvert\vec{a}\rvert = 4, \lvert\vec{b}\rvert = 2, B = \frac{\pi}{3}$, calculați raza cercului înscris în triunghiul ABC. $r = \frac{S}{p} = \frac{2\sqrt{3}}{6+2\sqrt{3}}$	Reactualizarea formulelor de calcul pentru raza cercului circumscris, raza cercului înscris și aria unui triunghi. • Vezi activități remediale de la ex.6 subiectul I. • Se consideră triunghiul dreptunghic isoscel ABC, cu ipotenuza $BC = 8\sqrt{2}$. Arătați că raza cercului înscris în $\Delta\ ABC$ este egală cu $4(2-\sqrt{2})$.(Teste de antrenament 2020)